Ministerul Educației Naționale
Fundatia Gymnasium 3 Piatra-Neamț
Școala Gimnazială Nr. 3 Piatra-Neamț

MATE-Olimpiada micilor școlari

Barem de evaluare şi notare pentru testul de la clasa a V-a
27 mai 2017

Pentru orice soluţie corectă și completă, se acordă punctajul corespunzător.

Evaluarea lucrărilor se face cu respectarea strictă a baremului unic de evaluare și de notare, pe baza unui punctaj pe scara 10-100, acordându-se 90 de puncte pentru răspunsurile cumulate, corecte și complete, și 10 puncte din oficiu.

Subiectul I

1.	842	**10**
2.	$(29^{14}\cdot5)^2+(29^{14}\cdot2)^2$	**10**
3.	0	**10**

Subiectul al II-lea

1.	Numerele de forma $5k$ sunt $5\cdot1, 5\cdot2, \dots .5\cdot25$ $\rightarrow$ 25 de numere. Numerele de forma 5^2k sunt $25\cdot1, 25\cdot2, \dots .25\cdot5$ $\rightarrow$ 5 numere Numerele de forma 5^3k sunt $125\cdot1$ $\rightarrow$ 1 număr Deci produsul este divizibil cu 5^{31}, dar nu este divizibil și cu 5^{32}. Produsul conține 63 de factori numere pare 2·2, 2·3, ...2·31, 2·32=64..., deci produsul este divizibil și cu 2^{31}. Cum $(2{,}5)=1$, rezultă că produsul este divizibil cu 10^{31}, deci rezultatul va avea 31 zerouri.	**2** **2** **2** **2** **2**
2.	Se știe că $1+2+3+\cdots+n\ =\ n(n+1):2$, pentru orice n număr natural. $\overline{aaa}=111a\Rightarrow 111a=n(n+1):2\Rightarrow 2\cdot3\cdot37\cdot a=n(n+1)$. Numerele n și $n+1$ sunt consecutive și atunci $2\cdot3\cdot a\in\{36,38\}$. Cum a este cifră nenulă, rezultă că $a=6\Rightarrow\overline{aaa}=666$ și $n=36$.	**2** **3** **2** **3**
3.	$A=3+2\cdot3+2\cdot3^2+2\cdot3^3+\cdots+2\cdot3^{2012}/\cdot3\Rightarrow$ $3A=3^2+2\cdot3^2+2\cdot3^3+\cdots+2\cdot3^{2012}+2\cdot3^{2013}$. Scăzând cele două relații, obținem: $2A=2\cdot3^{2013}\Rightarrow A=3^{2013}\Rightarrow A=(3^{671})^3$, și atunci A este cub perfect.	 **4** **6**

Ministerul Educației Naționale
Fundatia Gymnasium 3 Piatra-Neamț
Școala Gimnazială Nr. 3 Piatra-Neamț

Subiectul al III-lea

1.	Din $\overline{ab} = 2ab \Rightarrow 10a + b = 2ab$ $\Rightarrow 2a = \frac{b}{b-5} \in \mathbb{N} \Rightarrow b - 5 \in D_5$ și cum b este cifră, rezultă că $b = 6$. Obținem $\overline{ab} = 36$. Din $\overline{cd} = 2(c + d) \Rightarrow 10c + d = 2c + 2d$ $\Rightarrow 8c = d$. Cum c și d sunt cifre nenule, obținem $\overline{cd} = 18$. Atunci $\overline{ab} = 2\overline{cd}$.	**1** **2** **2** **1** **3** **1**
2.	În intervalul 0 – 2008 avem 2007 numere naturale. Perechile a căror sumă este 2008 sunt (1,2007), (2,2006), (3,2005), … , (1003,1005), în total, 1003 perechi. Dacă alegem 1004 numere distincte, și printre ele nu se află numărul 1004, atunci șirul va conține cel puțin o pereche din cele de mai sus, de unde și concluzia problemei.	**2** **3** **5**
3.	Notăm $A = \frac{\overline{aa}^2 + a \cdot \overline{aaa}}{4 \cdot \overline{aaaa}} = \frac{58a}{1111}$ și $B = \frac{\overline{bbbb}}{\overline{bb}^2 + b \cdot \overline{bbb}} = \frac{1111}{232b}$. Observăm că $A \leq \frac{58 \cdot 9}{1111} < \frac{1}{2}$ și $B \geq \frac{1111}{232 \cdot 9} = \frac{1111}{2088} > \frac{1}{2}$ și de aici concluzia problemei.	**3** **2** **2** **2** **1**