

MATE-Olimpiada micilor școlari

27 MAI 2017

Clasa a V-a

Timp de lucru 2 ore. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare dintre cele 9 exerciții sau probleme se punctează de la 0 la 10 puncte (max 90) + 10 puncte din oficiu = 100 de puncte.
Nota se stabilește prin împărțirea la 10 a punctajului obținut, fără rotunjire.

Subiectul I Completează.

1. Suma cifrelor numărului $A = 10^{95} - 95$ este
2. Numărul 29^{29} poate fi scris ca o sumă de două pătrate perfecte, astfel:
3. Ultima cifră a numărului $8^{2004} - 2004^8$ este

Subiectul al II-lea Scrie rezolvările complete.

1. În câte zerouri se termină numărul $n = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 129$?
2. Fie n un număr natural, astfel încât $\overline{aaa} = 1 + 2 + 3 + \dots + n$. Să se afle n și numărul \overline{aaa} .
3. Arată că numărul
$$A = 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{2012}$$
 este un cub perfect.

Subiectul al III-lea Scrie rezolvările complete.

1. Un număr natural de 2 cifre este egal cu dublul produsului cifrelor sale, iar alt număr de două cifre este egal cu dublul sumei cifrelor sale. Demonstrează că primul număr este dublul celuiilalt număr.
2. Se dau 1004 numere naturale distincte, cuprinse între 0 și 2008. Demonstrați că printre ele există unul egal cu 1004 sau există două având suma egală cu 2008.
3. Demonstrează că oricare ar fi numerele naturale \overline{aaaa} și \overline{bbbb} , scrise în baza zece, are loc inegalitatea:

$$\frac{\overline{aa}^2 + a \cdot \overline{aaa}}{4 \cdot \overline{aaaa}} < \frac{\overline{bbbb}}{\overline{bb}^2 + b \cdot \overline{bbb}}$$