MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN NEAMȚ
CASA CORPULUI DIDACTIC NEAMȚ
ȘCOALA GIMNAZIALĂ NR. 3 PIATRA-NEAMȚ

MATE - Olimpiada micilor școlari
19 mai 2018
Clasa a V-a
BAREM

Subiectul I

1. Calculați : $\left[2^{48}:2^{18}+\left(3^4\right)^5+6^{23}:6^{13}\right]:\left[\left(2^2\right)^5\cdot 3^{10}+2^{17}\cdot 2^{13}+\left(3^5\right)^4\right]$.

Barem : $2^{48}:2^{18}+\left(3^4\right)^5+6^{23}:6^{13}=2^{30}+3^{20}+6^{10}$ 3p

$\left(2^2\right)^5\cdot 3^{10}+2^{17}\cdot 2^{13}+\left(3^5\right)^4=6^{10}+2^{30}+3^{20}$ 4p

Rezultat final = 1 .... 3p

2. Aflați x din egalitatea : $1225:\left[\left(13\cdot x-30\right):3-10\right]=7$.

Barem : $\left(13\cdot x-30\right):3-10=175$ 2p

$\left(13\cdot x-30\right):3=185$ 2p

$13\cdot x-30=555$ 2p

$13\cdot x=585$ 2p

$x=45$ 2p

3. Găsiți un număr natural format din trei cifre, știind că este divizibil cu 22, prin împărțirea lui la 5 se obține restul 2, iar cifra sutelor este cu 4 mai mare decât cifra unităților.

Barem : Restul împărțirii la 5 fiind 2, rezultă că ultima cifră a numărului poate fi 2 sau 7 .... 2p
Numărul este divizibil cu 22, deci este un număr natural par 2p
Ultima cifră a numărului căutat este 2 (cifra unităților) 1p
Cifra sutelor este 6 .... 2p
finalizare : Numărul căutat este 682 ....3p

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1. Însumând jumătatea, sfertul și optimea unui număr natural se obține diferența dintre cel mai mare număr natural de patru cifre distincte și cel mai mare număr natural par de trei cifre distincte. Care este numărul ?

Barem : Cel mai mare număr natural de 4 cifre distincte este 9876 .... 1p
Cel mai mare număr natural par de 3 cifre distincte este 986 .... 1p
Diferența celor două numere este 8890 .... 1p
Realizarea modelului grafic 3p
8890 : 7 = 1270 (un segment reprezentând o optime din număr) 2p
finalizare : 1270 $\cdot 8=10160$ (numărul căutat) 2p

2. Se dau numerele naturale $\overline{xyzxyz}$ și $\overline{xy0xy}$ scrise în baza 10.

a) Arătați că fracțiile $\dfrac{\overline{xy0xy}}{\overline{xyzxyz}}$ și $\dfrac{\overline{xy}}{\overline{xyz}}$ sunt echivalente.

Barem : $\overline{xy0xy}=\overline{xy}\cdot 1000+\overline{xy}=\overline{xy}\cdot 1001$ 4p

$\overline{xyzxyz} = \overline{xyz} \cdot 1000 + \overline{xyz} = \overline{xyz} \cdot 1001$ 4p

simplificarea fracției $\dfrac{\overline{xy0xy}}{\overline{xyzxyz}}$ prin 1001 .... 2p

b) În cazul când $\overline{xy}$ este divizibil cu 3, aflați toate valorile lui z pentru care fracția $\dfrac{\overline{xy}}{\overline{xyz}}$ se poate simplifica prin 3.

Barem : $\overline{xy}$ este divizibil cu 3 $\Rightarrow$ suma $x+y$ este divizibilă cu 3 .... 2p

fracția se poate simplifica prin 3 dacă și $\overline{xyz}$ este divizibil cu 3 ....1p

$\overline{xyz}$ este divizibil cu 3 $\Rightarrow$ suma $x+y+z$ este divizibilă cu 3 .... 2p

z este divizibil cu 3 .... 3p

Cifra z poate lua valorile 0, 3, 6, 9 .... 2p

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Suma a cinci numere naturale prime distincte este 226. Aflați numerele, știind că un număr are toate cifrele egale, iar două dintre ele sunt unul răsturnatul celuilalt.

Barem : Fie *a, b, c, d, e* cele cinci numere prime distincte.

$a = 2$ (determinare și justificare) 2p

$b = 11$ 1p

$c+d+e = 226-(2+11) = 213$ 1p

Fie $c = \overline{xy}$ și $d = \overline{yx}$ răsturnatul lui c.

$\overline{xy}+\overline{yx}+e = 11\cdot(x+y)+e = 213$ $\Rightarrow$ suma $x+y$ este pară 1p

$\overline{xy}$ și $\overline{yx}$ numere prime $\Rightarrow$ x și y cifre impare, diferite de 5 .... 1p

$\overline{xy} \in \{13,17,37,79\}$ 2p

finalizare :

$c = 37$, $d = 73$, $e = 103$ (număr prim) 1p

$c = 79$, $d = 97$, $e = 37$ (număr prim) 1p

2. Pentru ce valori ale lui n număr natural nenul, numărul :

$$a = 1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+...+1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot n$$

este pătrat perfect ?

Barem : Pentru $n = 1$ se obține $a = 1$, care este pătrat perfect 2p

Pentru $n = 3$, atunci se obține $a = 9$, care este pătrat perfect 2p

Calcularea lui a pentru $n = 2$ și $n = 4$ 2p

Pentru $n \geq 5$ se arată că ultima cifră a numărului a este 3 .... 2p

Deci, pentru orice $n \geq 5$, numărul a nu este pătrat perfect 2p

3. Câți elevi sunt într-o clasă, știind că dacă formăm grupe din câte un băiat și o fată, vor rămâne 8 fete, iar dacă formăm grupe din câte 3 fete și un băiat vor rămâne 4 băieți ?

Barem : Considerăm elevii așezați în primul mod, câte un băiat și o fată.

Pentru a-i așeza câte un băiat și trei fete, completăm grupele anterioare cu câte 2 fete.

De la cele 8 fete rămase în picioare se obțin 4 grupe 3p

Vom lua încă 4 fete de la băieții care trebuie să rămână singuri.

De la cele patru fete se obțin încă 2 grupe a câte un băiat și trei fete 3p

Deci, obținem 4 + 2 = 6 grupe a câte un băiat și trei fete, plus cei patru băieți singuri 2p

Răspuns : 10 băieți și 18 fete 2p